
PKCS#1

RSA Cryptography Standard

RSA (Rivest Shamir Adleman) est un algorithme asymétrique.

Génération des clés

Pour calculer une paire de clé privée/publique RSA, l'algorithme s'appuie sur 2 nombres premiers, p et q . Une fois ces 2 nombres déterminés, on obtient 2 nombres :

$$n = p \times q$$

$$z = (p - 1) \times (q - 1)$$

On calcul ensuite l'indicatrice d'Euler e de z (inférieur à z), qui doit nécessairement être premier avec z :

$$d = e^{-1} \bmod((p - 1)(q - 1))$$

le couple (n, e) est la clé publique, le couple (n, d) est la clé privée. Une fois e , d et n calculés, il faut détruire p , q , et z pour des raisons évidentes de sécurité. La clé privée est généralement chiffrée avec un algorithme symétrique pour la conserver de façon sûre.

Chiffrement et déchiffrement

Pour chiffrer un nombre, il faut le mettre à la puissance de e . Le reste modulo n représente le nombre chiffré :

$$c = t^e \bmod n$$

pour déchiffrer, on utilise la même opération, mais à la puissance d :

$$t = c^d \bmod n$$

exemple simple utilisant de petits nombres :

pour chiffrer le texte suivant : "Hello World", on choisit $p = 37$ et $q = 43$.

on déduit :

$$n = 37 \times 43 = 1591$$

$$z = 36 \times 42 = 1512$$

on choisit $e = 19$, premier avec 1512. L'inverse de 19 modulo 1512 est $d = 955$.

pour chiffrer chaque caractère :

$$\text{Hello World} = 72 \ 101 \ 108 \ 108 \ 111 \ 32 \ 87 \ 111 \ 114 \ 108 \ 100$$

H_e_l_l_o_ _W_o_r_l_d

72_101_108_108_111_32_87_111_114_108_100

on calcule chaque caractère avec :

$$7219 [1591] = 335; 10119 [1591] = 1174; \text{etc...}$$

72_101_108_108_111_32_87_111_114_108_100

335_1174_1329_1329_703_930_431_703_632_1329_396

On déchiffre avec :

$$335955 [1591] = 72; 1174955 [1591] = 101; \text{etc...}$$

Notes

Plusieurs techniques permettent de déchiffrer ou déduire la clé privée :

-
- si **p** et **q** sont trop petits, un brute force ne prend que très peu de temps à déterminer la clé privée. il faut donc choisir des valeurs très grandes (minimum 1024 bits)
 - Le chiffrement par caractère comme dans l'exemple ci-dessus, peut être cassé en déterminant la fréquence des octets (analyse fréquentielle). Il est préférable de chiffrer un bloc d'octets.
 - **n** ne doit pas être inférieur au bloc d'octets à chiffrer, sinon plusieurs valeurs initiales peuvent donner le même nombre chiffré, donnant des erreurs au déchiffrement.
 - on peut déterminer la taille d'une clé privée en déterminant le temps que prend le déchiffrement d'un message. Toute la sécurité RSA repose sur le temps nécessaire pour calculer **p** et **q** à partir de **n**.